**Bài toán tìm dãy con liên tiếp có tổng lớn nhất theo phương pháp QHD**

1. Nêu bài toán

Tô mỗi đỉnh của đồ thị bằng một màu sao cho hai đỉnh kề nhau có màu khác nhau. Tìm cách tô tất cả các đỉnh cả đồ thị với số màu ít nhất

1. Mô tả chi tiết thuật toán

Ý tưởng:

- Phân rã: Gọi si là tổng của dãy con lớn nhất trong dãy: a1, a2, …., ai

Với i = 1,2,…, n => Rõ ràng sn là giá trị cần tìm.

- Tổng hợp lời giải: Trước hết, ta có sn = a1. Bây giờ giả sử i > 1 và sk là đã biết với k = 1,2,…, i - 1. Ta cần tính si là tổng của dãy con lớn nhất của dãy con lớn nhất của dãy a1, a2, …., ai

Rõ ràng dãy con lớn nhất của dãy này hoặc là có chứa phần tử ai hoặc là không chứa phần tử ai, vì thế chỉ có thể là một trong hai dãy sau đây:

• Dãy con lớn nhất của dãy a1, a2, …, ai-1.

• Dãy con lớn nhất của dãy a1, a2, …, ai kết thúc tại ai.

=>> Từ đó suy ra

si = max {si-1,ei },

Trong đó: ei là tổng của dãy con lớn nhất của dãy a1, a2, …., ai kết thúc tại ai.

Lưu ý rằng để tính ei, i = 1, 2, …, n, ta cũng có thể sử dụng công thức đệ quy sau:

e1 = a1;

ei = max {ai, ei-1 + ai }, i > 1.

Từ đó, ta có thuật toán sau để giải bài toán đặt ra:

*procedure Maxsub(a);*

*begin*

*smax: = a[1]; (\* smax - tổng của dãy con lớn nhất \*)*

*maxendhere: = a[1];*

*imax: = 1; (\* imax - vị trí kết thúc của dãy con lớn nhất )*

*for i: = 2 to n do*

*begin*

*u: = maxendhere + a[i];*

*v: = a[i];*

*if (u > v) then maxendhere = u else maxendhere = v;*

*if (maxendhere e > smax ) then*

*begin*

*smax: = maxendhere ;*

*imax: = i;*

*end;*

*end;*

*end;*

1. Bộ dữ liệu
2. Bộ thứ nhất

|  |
| --- |
| 10   1. -18 2 18 -2 4 8 1 -5 -2 |

- Khởi tạo: MaxE[1]=a1=16

MaxS[1]= a1=16

s[i]=s1[i]=e[i]=1

- Với i = 2:

MaxE[i-1]=MaxE[1]=16 > 0 : MaxE[2] = MaxE[1]+a[2] = 16 + (-18) = -2

s1[2] = s1[1] = 1

MaxS[1]>MaxE[2] : MaxS[2] = MaxS[1] = 16

s[2] = s[1] = 1; e[2] = e[1] = 1

- Với i = 3:

MaxE[i-1]=MaxE[2]= -2 < 0 : MaxE[3] = a[3] = 2

s1[3] = 3

MaxS[1]>MaxE[2] : MaxS[2] = MaxS[1] = 16

s[3] = s[2] = 1; e[3] = e[2] = 1

- Với i = 4:

MaxE[3]= 2 > 0 : MaxE[4] = MaxE[3]+a[4] = 20

s1[4] = s1[3] = 3

MaxS[3]<MaxE[4] : MaxS[4] = MaxE[4] = 20

s[4] = s1[4] = 3; e[4] = 4

- Với i = 5:

MaxE[4]=20 > 0 : MaxE[5] = MaxE[4]+a[5] = 18

s1[5] = s1[4] = 3

MaxS[4]>MaxE[5] : MaxS[5] = MaxS[4] = 20

s[5] = s[4] = 3; e[5] = e[4] = 4

- Với i = 6:

MaxE[5]= 18 > 0 : MaxE[6] = MaxE[5]+a[6] = 22

s1[6] = s1[5] = 3

MaxS[5]<MaxE[6] : MaxS[6] = MaxE[6] = 22

s[6] = s1[6] = 3; e[6] = 6

- Với i = 7:

MaxE[6]= 22 > 0 : MaxE[7] = MaxE[6]+a[7] = 30

s1[6] = s1[5] = 3

MaxS[6]<MaxE[7] : MaxS[7] = MaxE[7] = 30

s[4] = s1[4] = 3; e[4] = 7

- Với i = 8:

MaxE[7]= 30 > 0 : MaxE[8] = MaxE[7]+a[8] = 31

s1[8] = s1[7] = 3

MaxS[7]<MaxE[8] : MaxS[8] = MaxE[8] = 31

s[8] = s1[8] = 3; e[8] = 8

- Với i = 9:

MaxE[8]=31 > 0 : MaxE[9] = MaxE[8]+a[9] = 26

s1[9] = s1[8] = 3

MaxS[8]>MaxE[9] : MaxS[9] = MaxS[8] = 31

s[9] = s[8] = 3; e[9] = e[8] = 8

- Với i = 10:

MaxE[9]=26 > 0 : MaxE[10] = MaxE[9]+a[10] = 24

s1[10] = s1[9] = 3

MaxS[9]>MaxE[10] : MaxS[10] = MaxS[9] = 31

s[10] = s[9] = 3; e[10] = e[9] = 8

*Bảng kết quả:*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | s[i] | e[i] | MaxE[i] | MaxS[i] |
| 1 | 16 | 1 | 1 | 16 | 16 |
| 2 | -18 | 1 | 1 | -2 | 16 |
| 3 | 2 | 1 | 14 | 2 | 16 |
| 4 | 18 | 3 | 4 | 20 | 16 |
| 5 | -2 | 3 | 5 | 18 | 20 |
| 6 | 4 | 3 | 6 | 22 | 22 |
| 7 | 8 | 3 | 7 | 30 | 30 |
| 8 | 1 | 3 | 8 | 31 | 31 |
| 9 | -5 | 3 | 8 | 26 | 31 |
| 10 | -2 | 3 | 8 | 24 | 31 |

1. Bộ thứ hai

|  |
| --- |
| 19  9 7 -3 5 8 -7 12 7 9 2 1 8 5 -21 5 2 8 -11 7 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | s[i] | e[i] | MaxE[i] | MaxS[i] |
| 1 | 9 | 1 | 1 | 9 | 9 |
| 2 | 7 | 1 | 2 | 16 | 16 |
| 3 | -3 | 1 | 2 | 13 | 16 |
| 4 | 5 | 1 | 4 | 18 | 18 |
| 5 | 8 | 1 | 5 | 26 | 26 |
| 6 | -7 | 1 | 5 | 19 | 26 |
| 7 | 12 | 1 | 7 | 31 | 31 |
| 8 | 7 | 1 | 8 | 38 | 38 |
| 9 | 9 | 1 | 9 | 47 | 47 |
| 10 | 2 | 1 | 10 | 49 | 49 |
| 11 | 1 | 1 | 11 | 50 | 50 |
| 12 | 8 | 1 | 12 | 58 | 58 |
| 13 | 5 | 1 | 13 | 63 | 63 |
| 14 | -21 | 1 | 13 | 42 | 63 |
| 15 | 5 | 1 | 13 | 47 | 63 |
| 16 | 2 | 1 | 13 | 49 | 63 |
| 17 | 8 | 1 | 13 | 57 | 63 |
| 18 | -11 | 1 | 13 | 46 | 63 |
| 19 | 7 | 1 | 13 | 53 | 63 |

1. Bộ thứ ba

|  |
| --- |
| 19  -9 7 -3 5 8 -7 12 7 7 22 -1 8 -15 -21 5 12 8 11 7 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c | a[i] | s[i] | e[i] | MaxE[i] | MaxS[i] |
| 1 | -9 | 1 | 1 | -9 | -9 |
| 2 | 7 | 2 | 2 | 7 | 7 |
| 3 | -3 | 2 | 2 | 4 | 7 |
| 4 | 5 | 2 | 4 | 9 | 9 |
| 5 | 8 | 2 | 5 | 17 | 17 |
| 6 | -7 | 2 | 5 | 10 | 17 |
| 7 | 12 | 2 | 7 | 22 | 22 |
| 8 | 7 | 2 | 8 | 29 | 29 |
| 9 | 7 | 2 | 9 | 36 | 36 |
| 10 | 22 | 2 | 12 | 58 | 58 |
| 11 | -1 | 2 | 12 | 57 | 58 |
| 12 | 8 | 2 | 12 | 65 | 65 |
| 13 | -15 | 2 | 12 | 50 | 65 |
| 14 | -21 | 2 | 12 | 29 | 65 |
| 15 | 5 | 2 | 12 | 34 | 65 |
| 16 | 12 | 2 | 12 | 46 | 65 |
| 17 | 8 | 2 | 12 | 54 | 65 |
| 18 | 11 | 2 | 18 | 65 | 65 |
| 19 | 7 | 2 | 19 | 72 | 72 |

1. Bộ thứ tư

|  |
| --- |
| 16  2 3 -7 8 6 -5 3 8 9 0 7 -1 -4 9 9 6 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | s[i] | e[i] | MaxE[i] | MaxS[i] |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 5 | 5 |
| 3 | -7 | 1 | 2 | -2 | 5 |
| 4 | 8 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| 5 | 6 | 4 | 5 | 14 | 14 |
| 6 | -5 | 4 | 5 | 9 | 14 |
| 7 | 3 | 4 | 5 | 12 | 14 |
| 8 | 8 | 4 | 8 | 20 | 20 |
| 9 | 9 | 4 | 9 | 29 | 29 |
| 10 | 0 | 4 | 10 | 29 | 29 |
| 11 | 7 | 4 | 11 | 36 | 36 |
| 12 | -1 | 4 | 11 | 35 | 36 |
| 13 | -4 | 4 | 11 | 31 | 36 |
| 14 | 9 | 4 | 14 | 40 | 40 |
| 15 | 9 | 4 | 15 | 49 | 49 |
| 16 | 6 | 4 | 16 | 55 | 55 |

1. Bộ thứ năm

|  |
| --- |
| 15  7 -6 8 12 7 9 -3 4 8 16 -12 17 -5 5 7 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | a[i] | s[i] | e[i] | MaxE[i] | MaxS[i] |
| 1 | 7 | 1 | 1 | 7 | 7 |
| 2 | -6 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 3 | 8 | 1 | 3 | 9 | 9 |
| 4 | 12 | 1 | 4 | 21 | 21 |
| 5 | 7 | 1 | 5 | 28 | 28 |
| 6 | 9 | 1 | 6 | 37 | 37 |
| 7 | -3 | 1 | 6 | 34 | 37 |
| 8 | 4 | 1 | 8 | 38 | 38 |
| 9 | 8 | 1 | 9 | 46 | 46 |
| 10 | 16 | 1 | 10 | 62 | 62 |
| 11 | -12 | 1 | 10 | 50 | 62 |
| 12 | 17 | 1 | 12 | 67 | 67 |
| 13 | -5 | 1 | 12 | 62 | 67 |
| 14 | 5 | 1 | 12 | 67 | 67 |
| 15 | -7 | 1 | 12 | 60 | 67 |

1. Chương trình Dev C++
2. Đánh giá độ phức tạp

Thuật toán MaxSubSeq có thời gian tính là O(n).